Lineare Algebra II

Blatt 9

Abgabe: 05.07.2021, 10 Uhr

Gruppennummer angeben!

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.**
Sei A eine reelle quadratische Matrix derart, dass ${}^tA = A$ ist und $A^5 = 0$. Zeige, dass $A = 0$.

Aufgabe 2 (12 Punkte)**.**
Im $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}[T]_{\leq 2}$ sei die Bilinearform mit Darstellungsmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis $\{1, T, T^2\}$ gegeben.

(a) Zeige, dass diese Bilinearform ein Skalarprodukt ist.

Betrachte nun den Endomorphismus $F : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}[T]_{\leq 2} & \to & \mathbb{R}[T]_{\leq 2} \\ a_2T^2 + a_1T + a_0 & \mapsto & 2a_1T^2 - \frac{a_2}{2}T + (a_0 - a_1 - \frac{a_2}{2}) \end{array}$.

(b) Beschreibe den Kern von F.

(c) Beschreibe das orthogonale Komplement W des konstanten Polynoms 1.

(d) Berechne den Winkel zwischen P und $F(P)$, für beliebige nicht-triviale Polynome P aus W.

(e) Ist F normal?

(f) Ist F diagonalisierbar?

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.**
Sei A eine reelle symmetrische Matrix. Zeige, dass $A = B^3$ für eine reelle Matrix B. Gibt es eine solche Matrix B, welche symmetrisch ist?

Die Übungsblätter können zu zweit eingereicht werden. Abgabe in ILIAS als eine einzige PDF-Datei einreichen.